

Microéconomie et mathématique (avec solutions)

6 Maximum et minimum

Étapes :

- ① Mettez la première dérivée à 0, et puis calculez la quantité (Q).
- ② Déterminez la seconde dérivée, et puis décidez selon les alternatives suivantes :
 - Seconde dérivée > 0 → Minimum
 - Seconde dérivée < 0 → Maximum

6.1 Maximisation de la recette totale (RT) 1

$$\text{Recette totale} = 400Q - 8Q^2$$

Calculez la recette totale maximale (Q et RT).

6.2 Maximisation du profit π ($\pi = RT - CT$) 1

$$\text{Recette totale (RT)} = 400Q - 8Q^2$$

$$\text{Coût total (CT)} = 3000 + 60Q$$

Calculez le profit maximal (Q et π).

6.3 Maximisation de la recette totale (RT) 2

$$\text{Demande de marché : } P = 12 - \frac{Q}{3}$$

Calculez la recette totale maximale (Q et RT).

6.4 Minimisation du coût moyen (CM) et du coût marginal (Cm)

$$\text{Coût moyen} = 30 - 1.5Q + 0.05Q^2$$

6.41 Calculez Q avec le **coût moyen minimal**.

6.42 Calculez Q avec le **coût marginal minimal**.

6.43 Comparez les résultats de 6.41 et de 6.42 (→ relation entre Cm et CM).

6.5	Maximisation et minimisation par un monopole La fonction de demande en face d'un monopole est $P = 30 - 0.65Q$ et la fonction de coût total du monopole est $CT = 0.5Q^2 + 10Q + 50$. Calculez Q dans les cas 6.51 à 6.53 : 6.51 le coût moyen minimal ; 6.52 la recette totale maximale ; 6.53 le profit maximal (π).
6.6	Minimisation du coût marginal (Cm) Coût marginal = $0.03Q^3 + 0.01Q^2 - 5Q + 30$ Calculez le coût marginal minimal (Q et Cm).
6.7	Maximisation du profit π ($\pi = RT - CT$) 2 Recette totale = $400Q - 8Q^2$ Coût total = $\frac{1}{3}Q^3 - 2Q^2 + 3Q + 600$ Calculez le profit maximal (Q et π).

→ Solutions. Cliquez ici !

Solutions *Microéconomie et mathématique*

6 Maximum et minimum

6.1	Maximisation de la recette totale (RT) 1 $RT = 400Q - 8Q^2$ $(RT)' = R_m = 400 - 16Q = 0$ (Rm = Recette marginale) $16Q = 400 \rightarrow Q = 25$ $(RT)'' = -16 \rightarrow$ Maximum parce que $(RT)'' < 0$ $RT = 400 \cdot 25 - 8 \cdot 25^2 = 10000 - 5000 = 5000$
6.2	Maximisation du profit π ($\pi = RT - CT$) 1 $\pi = RT - CT = 400Q - 8Q^2 - 3000 - 60Q = -8Q^2 + 340Q - 3000$ $\pi' = -16Q + 340 = 0$ $16Q = 340 \rightarrow Q = 21.25$ $\pi'' = -16 \rightarrow$ Maximum parce que $\pi'' < 0$ $\pi = -8 \cdot 21.25^2 + 340 \cdot 21.25 - 3000 = -3612.5 + 7225 - 3000 = 612.5$
6.3	Maximisation de la recette totale (RT) 2 $P = 12 - \frac{Q}{3}$ $RT = P \cdot Q = 12Q - \frac{1}{3}Q^2$ $(RT)' = R_m = 12 - \frac{2}{3}Q = 0$ (Rm = Recette marginale) $\frac{2}{3}Q = 12 \rightarrow Q = 18$ $(RT)'' = -\frac{2}{3} \rightarrow$ Maximum parce que $(RT)'' < 0$ $RT = 12 \cdot 18 - \frac{1}{3}18^2 = 216 - 108 = 108$
6.4	Minimisation du coût moyen (CM) et du coût marginal (Cm) 6.41 $CM = 30 - 1.5Q + 0.05Q^2$ $(CM)' = -1.5 + 0.1Q = 0$ $0.1Q = 1.5$ $Q = 15$ $(CM)'' = 0.1 \rightarrow$ Minimum parce que $(CM)'' > 0$ 6.42 $CT = CM \cdot Q = 30Q - 1.5Q^2 + 0.05Q^3$ (CT = Coût total) $(CT)' = C_m = 30 - 3Q + 0.15Q^2$ $(C_m)' = -3 + 0.3Q = 0$ $0.3Q = 3 \rightarrow Q = 10$ $(C_m)'' = 0.3 \rightarrow$ Minimum parce que $(C_m)'' > 0$ 6.43 La courbe de coût marginal passe par la courbe de coût moyen d'en bas parce que la quantité de Cm minimal est moins élevée que celle de CM minimal.

6.5 Maximisation et minimisation par un monopole

- 6.51 • $CM = 0.5Q + 10 + \frac{50}{Q}$ (CM = Coût moyen)
 $(CM)' = 0.5 - 50Q^{-2} = 0$
 $0.5 = 50Q^{-2}$
 $0.5Q^2 = 50$
 $Q^2 = 100$
 $Q = 10$
- $(CM)'' = 100Q^{-3} = \frac{100}{1000} = 0.1 \rightarrow$ Minimum parce que $(CM)'' > 0$
- 6.52 • $RT = P \cdot Q = 30Q - 0.65Q^2$ (RT = Recette totale)
 $(RT)' = Rm = 30 - 1.3Q = 0$ (Rm = Recette marginale)
 $1.3Q = 30$
 $Q = 23.1$
- $(RT)'' = -1.3 \rightarrow$ Maximum parce que $(RT)'' < 0$
- 6.53 • $\pi = RT - CT = 30Q - 0.65Q^2 - 0.5Q^2 - 10Q - 50 = -1.15Q^2 + 20Q - 50$
 $\pi' = -2.3Q + 20 = 0$
 $2.3Q = 20$
 $Q = 8.7$
- $\pi'' = -2.3 \rightarrow$ Maximum parce que $\pi'' < 0$

6.6 Minimisation du coût marginal (Cm)

- $Cm = 0.03Q^3 + 0.01Q^2 - 5Q + 30$
 $(Cm)' = 0.09Q^2 + 0.02Q - 5 = 0$
 $Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0.02 \pm \sqrt{(0.02)^2 + 4 * 0.45}}{0.18}$
 $Q1 = \frac{-0.02 + 1.34}{0.18} = 7.3$ [$Q2 = \frac{-0.02 - 1.34}{0.18} = -7.6 < 0$]
- $(Cm)'' = 0.18Q + 0.02 = 0.18 \cdot 7.3 + 0.02 = 1.3$
 $Q = 7.3 \rightarrow (Cm)'' = 1.3 \rightarrow$ Q est un minimum parce que $(Cm)'' > 0$.
 [$Q2 < 0$; Q doit être positive.]
 $\rightarrow Q = 7.3$
- $Cm = 0.03 \cdot 7.3^3 + 0.01 \cdot 7.3^2 - 5 \cdot 7.3 + 30 = 5.7$

6.7 Maximisation du profit π ($\pi = RT - CT$) 2

- $\pi = RT - CT = 400Q - 8Q^2 - \frac{1}{3}Q^3 + 2Q^2 - 3Q - 600$
 $= -\frac{1}{3}Q^3 - 6Q^2 + 397Q - 600$
 $\pi' = -Q^2 - 12Q + 397 = 0$
 $Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 + 4 * 397}}{-2} = \frac{12 \pm \sqrt{1732}}{-2}$
 $Q1 = \frac{12 - 41.6}{-2} = 14.8 \quad [Q2 = \frac{12 + 41.6}{-2} = -26.8 < 0]$
- $\pi'' = -2Q - 12 = -2 * 14.8 - 12 = -41.6$
Si $Q = 14.8 \rightarrow \pi'' = -41.6 \rightarrow Q1$ est un maximum parce que $\pi'' < 0$.
[$Q2 < 0$; $\rightarrow Q$ doit être positive.]
 $\rightarrow Q = 14.8$
- $\pi = -\frac{1}{3} * 14.8^3 - 6 * 14.8^2 + 397 * 14.8 - 600 = 2880.8$

→ Retour aux exercices. Cliquez ici !