

# Microéconomie et mathématique (avec solutions)

## 5 Coût, recette et profit

### Coûts

Q = Quantité

- CT = Coût total (= CM \* Q)
- CM = Coût moyen (=  $\frac{CT}{Q}$ )
- Cm = Coût marginal [= (CT)']
- CF = Coût fixe
- CV = Coût variable
- CT = Coût total = Coût fixe (CF) et coût variable (CV)
- CVM = Coût variable moyen (=  $\frac{CV}{Q}$ )

### Recettes

- RT = Recette totale (= RM \* Q)
- RM = Recette moyenne (prix) (=  $\frac{RT}{Q}$ )
- Rm = Recette marginale [= (RT)']

### Profit = $\pi$

- $\pi = RT - CT$

### 5.1 Coûts total et moyen

Coût fixe = 1200 / Coût variable moyen = 4

- 5.11 Calculez le coût total si l'entreprise produit 300 pièces.
- 5.12 Représentez graphiquement le coût total en fonction de Q (Q = 0, 100, 200, ... 600).
- 5.13 Représentez graphiquement le coût moyen en fonction de Q (Q = 100, 200, ... 600).

### 5.2 Coût, recette, profit, point mort

Une entreprise a un coût fixe de 300 et un coût variable de 10 par unité. Elle vend une unité au prix de 16.

- 5.21 Représentez graphiquement le coût total (CF, CV), la recette totale et le profit (ou la perte) (Q = 0, 10, ... 100).
- 5.22 Calculez le point mort ( $\pi = 0$ ) : Q, le coût et la recette
- 5.23 Calculez la quantité lorsque le profit s'élève à 60.

### 5.3 Profit, point mort

5.31 Exprimez le profit ( $\pi = RT - CT$ ) en fonction de Q utilisant :

- le coût fixe (CF)
- le coût variable moyen (CVM)
- la recette moyenne (RM)

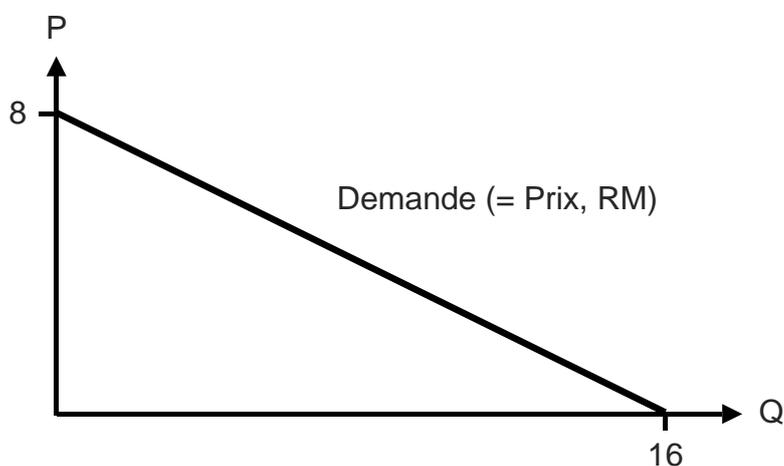
5.32 Calculez le profit (ou la perte) :

- $CF = 240$
- $CVM = 5$
- $RM (= \text{Prix}) = 8$
- $Q = 70$

5.33 Utilisez les chiffres de 5.32 pour calculer Q si on vise à atteindre un profit de 60.

5.34 Calculez le point mort Q en utilisant les chiffres de 5.32.

### 5.4 Demande et recette 1



5.41 Déterminez la fonction de demande ( $P = \dots$ ).

5.42 Déterminez la fonction de recette totale.

5.43 Déterminez la fonction de recette marginale.

5.44 Calculez les recettes moyenne, totale et marginale si

- $Q = 3$  ;
- $Q = 5$ .

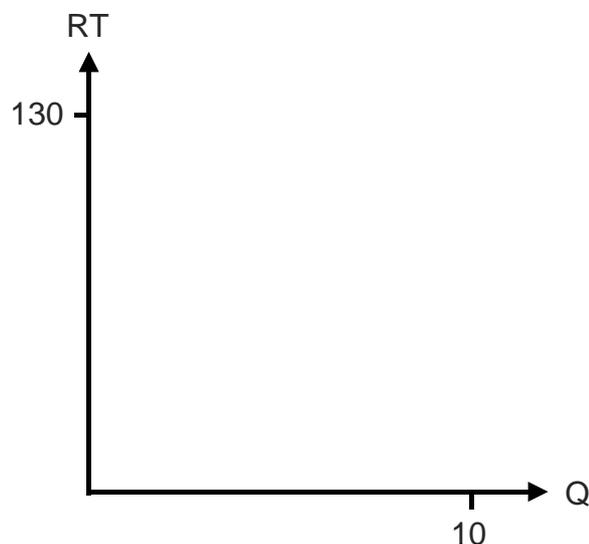
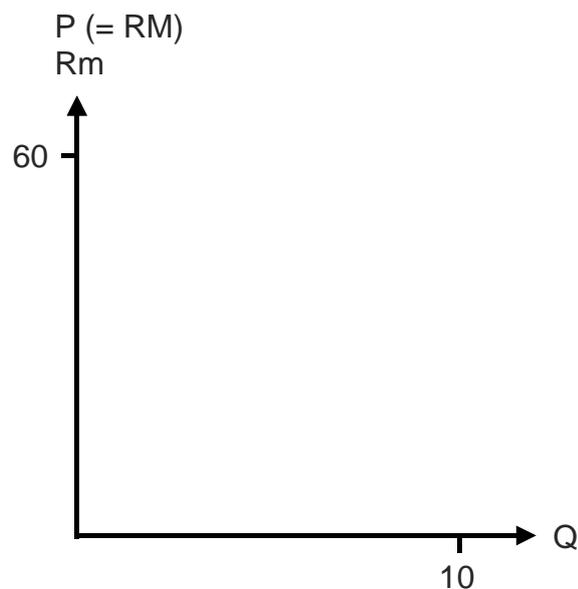
## 5.5 Demande et recette 2

5.51 Demande :  $P = 50 - 5Q$   
Déterminez les fonctions de recettes moyenne et marginale.

5.52 Calculez la recette marginale si

- $Q = 2$
- $Q = 5$

5.53 Représentez graphiquement la demande, les recettes marginale et totale :



5.54 Quelle est la relation entre  $Rm = 0$  et  $RT$  ?

## 5.6 Coût fixe, demande et profit

Une entreprise a uniquement un coût fixe de 20. Demande :  $P = 24 - 3Q$ . Supposons que l'entreprise puisse choisir  $Q$ .

Calculez le profit maximal ( $Q$  et montant).

**5.7 Coût 1**

$$\text{Coût total} = 5Q^2 + 6Q + 10$$

Déterminez les fonctions de coûts moyen et marginal.

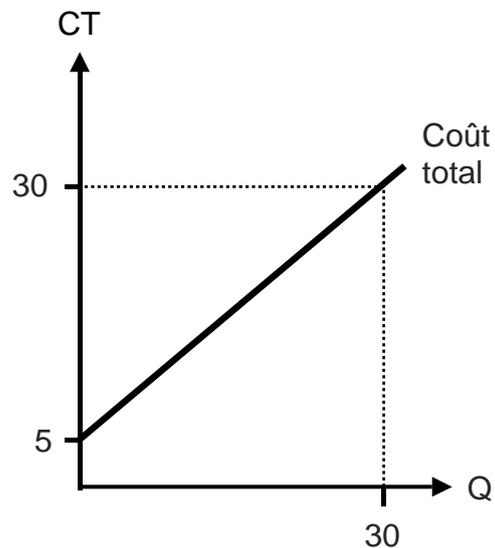
**5.8 Coût 2**

$$\text{Coût moyen} = 6Q + \frac{8}{Q} + 5$$

5.81 Déterminez la fonction de coût marginal.

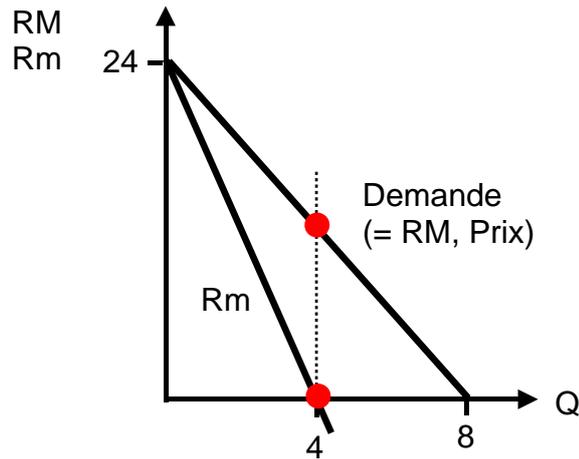
5.82 Calculez les coûts total, moyen et marginal si Q est 30.

5.83 L'entreprise pourrait vendre une unité supplémentaire au prix de 350. Est-ce qu'elle devrait la vendre ?

**5.9 Coût 3**

5.91 Déterminez la fonction de coût total.

5.92 Déterminez la fonction de coût moyen et calculez le coût marginal.

**5.10 Recette marginale et élasticité-prix de la demande (e)**

Calculez l'élasticité-prix de la demande (e) si  $Rm = 0$  et  $Q = 4$ .

(Formule pour calculer  $e = \frac{dQ}{dP} * \frac{P}{Q}$ )

**5.11 De la recette marginale aux recettes totale et moyenne**

Recette marginale =  $20 - 5Q$

Déterminez par intégrale la fonction de recette totale ( $c = 0$ ), et puis déterminez la fonction de recette moyenne.

**5.12 Du coût marginal aux coûts total et moyen; coûts fixe et variable**

Coût marginal =  $Q^2 + 3Q + 6$

5.12.1 Déterminez par intégrale la fonction de coût total.

5.12.2 Quelle partie du coût total est fixe, quelle partie est variable ?

5.12.3 Déterminez la fonction de coût moyen.

5.12.4 Calculez les coûts total, moyen et marginal si  $Q = 20$ .  
Supposons que  $c$  soit égal à 800.

**5.13 Du coût marginal et de la recette marginale au coût total et à la recette totale,  $\pi$** 

Coût marginal =  $10 + Q^2 - 10Q$  (Coût fixe  $c = 50$ )

Recette marginale =  $20 - Q$  ( $c = 0$ )

5.13.1 Déterminez par intégrale les fonctions de coût total et de la recette totale.

5.13.2 Calculez le profit si  $Q$  est 3.

→ Solutions. Cliquez ici !

# Solutions *Microéconomie et mathématique*

## 5 Coût, recette et profit

### Coûts

Q = Quantité

- CT = Coût total (= CM \* Q)
- CM = Coût moyen (=  $\frac{CT}{Q}$ )
- Cm = Coût marginal [= (CT)']
- CF = Coût fixe
- CV = Coût variable
- CT = Coût total = Coût fixe (CF) et coût variable (CV)
- CVM = Coût variable moyen (=  $\frac{CV}{Q}$ )

### Recettes

- RT = Recette totale (= RM \* Q)
- RM = Recette moyenne (prix) (=  $\frac{RT}{Q}$ )
- Rm = Recette marginale [= (RT)']

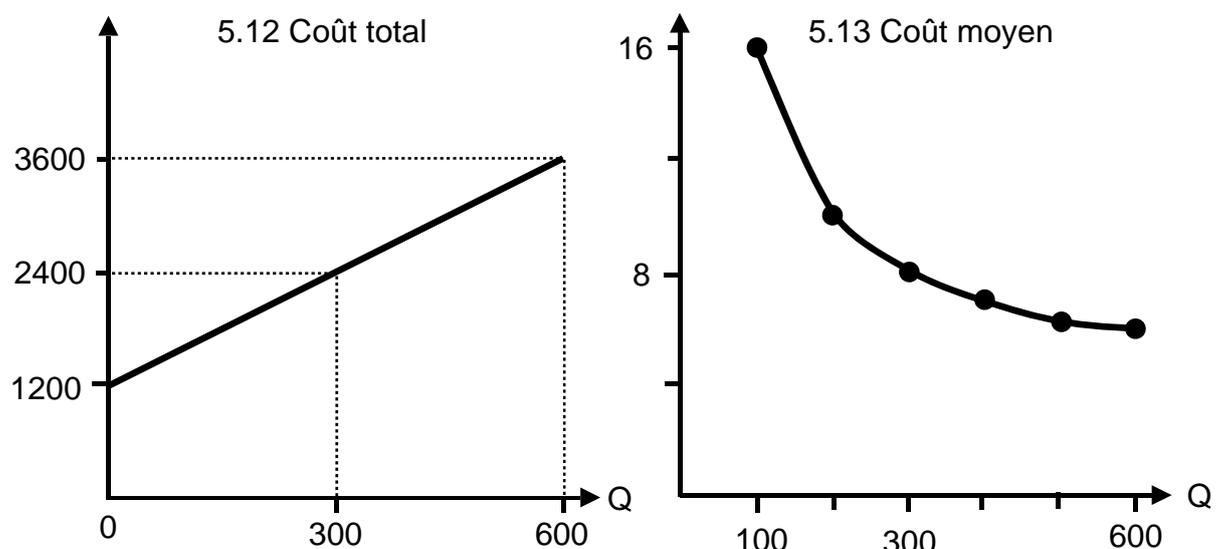
### Profit = $\pi$

- $\pi = RT - CT$

### 5.1 Coûts total et moyen

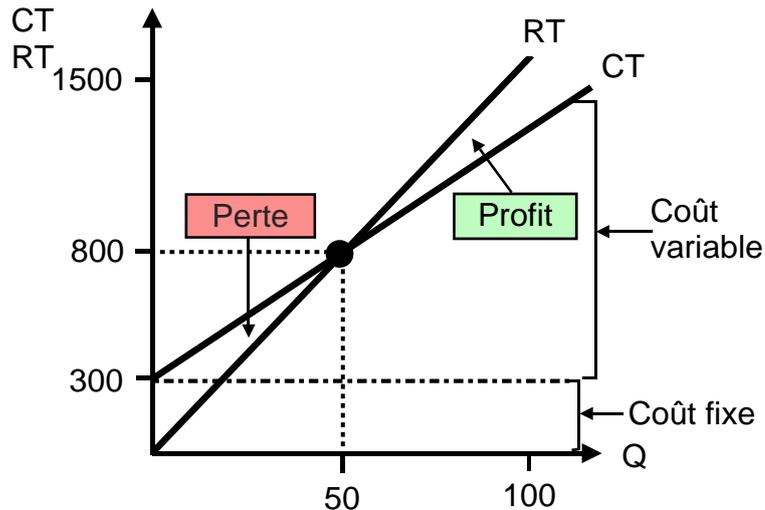
5.11  $CT = 1200 + 4 \cdot 300 = 2400$

5.12/5.13



## 5.2 Coût, recette, profit, point mort

### 5.21 Graphique



5.22 Point mort :  $300 + 10Q = 16Q \rightarrow -6Q = -300$   
 $Q = 50$  Coût/recette:  $300 + 10 \cdot 50 = 800$

5.23  $Q (\pi = 60) : 300 + 60 + 10Q = 16Q \rightarrow Q = 60$

## 5.3 Profit, point mort

5.31  $\pi = RT - CT$   
 $\pi = RM \cdot Q - CF - Q \cdot CVM$   
 $\pi = -CF + Q(RM - CVM)$

5.32  $\pi = -240 + 70(8 - 5) = -30$  ( $\rightarrow$  perte)

5.33  $60 = -240 + Q(8 - 5)$   
 $-3Q = -300$   
 $Q = 100$

5.34 Point mort ( $\pi = 0$ ) :  
 $0 = -240 + Q(8 - 5)$   
 $-3Q = -240$   
 $Q = 80$

## 5.4 Demande et recette 1

5.41  $P (= RM) = 8 - \frac{1}{2}Q$

5.42  $RT = RM \cdot Q = 8Q - \frac{1}{2}Q^2$

5.43  $Rm = (RT)' = 8 - Q$

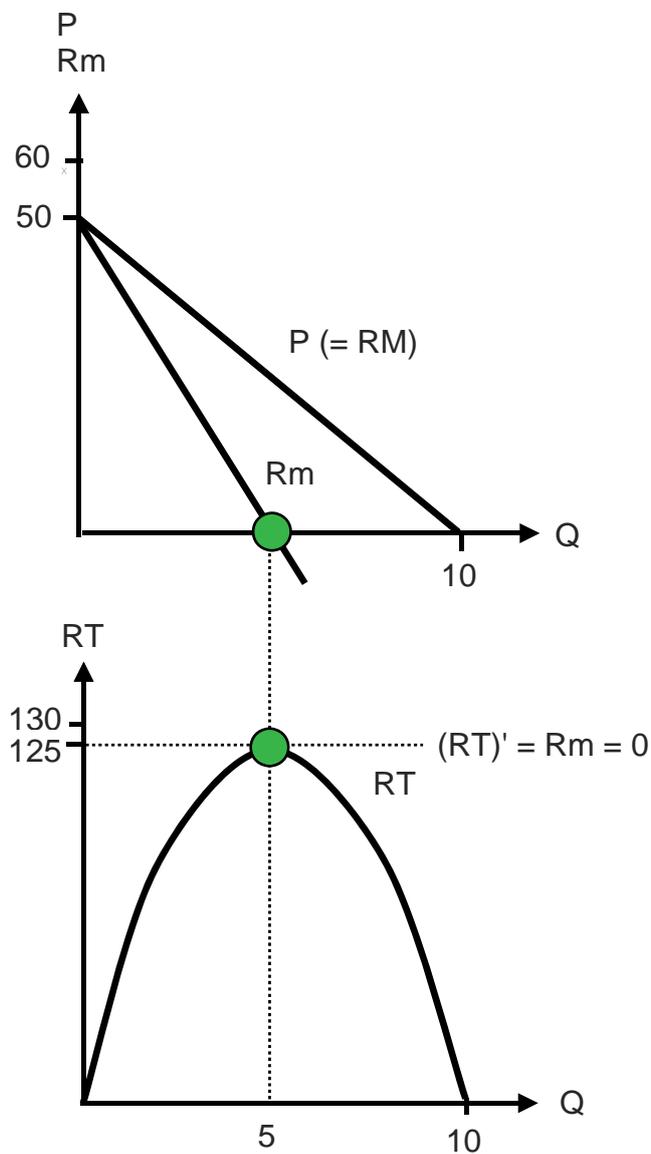
5.44	RM	RT	Rm
Q = 3	6.5	19.5	5
Q = 5	5.5	27.5	3

## 5.5 Demande et recette 2

5.51  $RT = P \cdot Q = 50Q - 5Q^2$   
 $Rm = (RT)' = 50 - 10Q$

5.52  $Rm$  (si  $Q = 2$ ) :  $50 - 10 \cdot 2 = 30$   
 $Rm$  (si  $Q = 5$ ) :  $50 - 50 = 0$

5.53 La demande, les recettes marginale et totale :



5.54 Si  $Rm = 0$ , la recette totale est au maximum.

## 5.6 Coût fixe, demande et profit

- $CT = 20$   
 $RT = Q \cdot P = 24Q - 3Q^2$   
 $Rm = (RT)' = 24 - 6Q$   
Profit maximal si  $Rm = 0 \rightarrow 0 = 24 - 6 \rightarrow Q = 4$
- $\pi$  (si  $Q = 4$ ):  $RT - CT = 24 \cdot 4 - 3 \cdot 4^2 - 20 = 28$

<b>5.7</b>	<b>Coût 1</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>CM = \frac{CT}{Q} = 5Q + 6 + \frac{10}{Q}</math></li> <li>• <math>Cm = (CT)' = 10Q + 6</math></li> </ul>
<b>5.8</b>	<b>Coût 2</b> <p>5.81 <math>CT = CM \cdot Q = 6Q^2 + 8 + 5Q</math>  <math>Cm = (CT)' = 12Q + 5</math></p> <p>5.82 <math>CT = 6 \cdot 30^2 + 8 + 5 \cdot 30 = 5558</math>  <math>CM = \frac{5558}{30} = 185.3</math> (ou <math>CM = 6 \cdot 30 + \frac{8}{30} + 5 = 185.3</math>)  <math>Cm = 12 \cdot 30 + 5 = 365</math></p> <p>5.83 L'entreprise ne devrait pas vendre l'unité supplémentaire parce que <math>Cm &gt; Rm (P)</math>.</p>
<b>5.9</b>	<b>Coût 3</b> <p>5.91 <math>CT = 5 + \frac{25}{30}Q = 5 + \frac{5}{6}Q</math></p> <p>5.92 <math>CM = \frac{CT}{Q} = \frac{5}{Q} + \frac{5}{6}</math>  <math>Cm = (CT)' = \frac{5}{6}</math></p>
<b>5.10</b>	<b>Recette marginale et élasticité-prix de la demande (e)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>P = 24 - 3Q</math> (Demande)  <math>3Q = 24 - P</math>  <math>Q = 8 - \frac{1}{3}P</math>  <math>\frac{dQ}{dP} = -\frac{1}{3}</math></li> <li>• <math>P = 24 - 3 \cdot 4 = 12</math>  <math>\frac{P}{Q} = \frac{12}{4} = 3</math></li> <li>• <math>\frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{1}{3} \cdot 3 = -1</math>     <math>e = 1</math></li> </ul>
<b>5.11</b>	<b>De la recette marginale aux recettes totale et moyenne</b> <p><math>RT = \int (20 - 5Q) dQ = 20Q - 2.5Q^2</math>  <math>RM = \frac{RT}{Q} = 20 - 2.5Q</math></p>

**5.12 Du coût marginal aux coûts total et moyen; coûts fixe et variable**

$$5.12.1 \quad \text{CT} = \int (Q^2 + 3Q + 6) dQ = \frac{1}{3}Q^3 + \frac{3}{2}Q^2 + 6Q + c$$

$$5.12.2 \quad \text{Partie fixe : } c$$
$$\text{Partie variable : } \frac{1}{3}Q^3 + \frac{3}{2}Q^2 + 6Q$$

$$5.12.3 \quad \text{CM} = \frac{1}{3}Q^2 + \frac{3}{2}Q + 6 + \frac{c}{Q}$$

$$5.12.4 \quad \text{CT} = \frac{1}{3}20^3 + \frac{3}{2}20^2 + 6 \cdot 20 + 800 = 4187$$

$$\text{CM} = \frac{4187}{20} = 209 \quad (\text{ou : } \frac{1}{3}20^2 + \frac{3}{2}20 + 6 + \frac{800}{20} = 209)$$

$$\text{Cm} = 20^2 + 3 \cdot 20 + 6 = 466$$

**5.13 Du coût marginal et de la recette marginale au coût total et à la recette totale,  $\pi$** 

$$5.13.1 \quad \text{CT} = \int (10 + Q^2 - 10Q) dQ = 10Q + \frac{1}{3}Q^3 - 5Q^2 + 50$$

$$\text{RT} = \int (20 - Q) dQ = 20Q - \frac{1}{2}Q^2$$

$$5.13.2 \quad \text{Profit } \pi = \text{RT} - \text{CT} \quad (Q = 3):$$

- $\text{RT} = 20 \cdot 3 - \frac{1}{2}3^2 = 55.5$
- $\text{CT} = 10 \cdot 3 + \frac{1}{3}3^3 - 5 \cdot 3^2 + 50 = 44$
- $\pi = 55.5 - 44 = 11.5$

→ Retour aux exercices. Cliquez ici !