

Microeconomia e matemática (com soluções)

6 Máximo e mínimo

Passos:

- ① Definir a primeira derivada para 0, e depois calcular a quantidade (Q).
- ② Determinar a segunda derivada, e então decidir sobre as seguintes alternativas:
 - Segunda derivada > 0 → Mínimo
 - Segunda derivada < 0 → Máximo

6.1	Maximização da receita total (RT) 1 Receita total = $400Q - 8Q^2$ Calcular a receita total máxima (Q e RT).
6.2	Maximização do lucro π ($\pi = RT - CT$) 1 Receita total (RT) = $400Q - 8Q^2$ Custo total (CT) = $3000 + 60Q$ Calcular o lucro máximo (Q e π).
6.3	Maximização da receita total (RT) 2 Demanda de mercado: $P = 12 - \frac{Q}{3}$ Calcular a receita total máxima (Q e RT).
6.4	Minimização do custo médio (CM) e do custo marginal (Cm) Custo médio = $30 - 1.5Q + 0.05Q^2$ 6.41 Calcular Q com o custo médio mínimo. 6.42 Calcular Q com o custo marginal mínimo. 6.43 Comparar os resultados de 6.41 e 6.42 (→ relação entre Cm e CM).

6.5	<p>Maximização e minimização por um monopólio</p> <p>A função de demanda em frente a um monopólio é $P = 30 - 0.65Q$ e a função de custo total do monopólio é $CT = 0.5Q^2 + 10Q + 50$.</p> <p>Calcular Q nos seguintes casos:</p> <p>6.51 o custo médio mínimo;</p> <p>6.52 a receita total máxima;</p> <p>6.53 o lucro máximo (π).</p>
6.6	<p>Minimização do custo marginal (Cm)</p> <p>Custo marginal = $0.03Q^3 + 0.01Q^2 - 5Q + 30$</p> <p>Calcular o custo marginal mínimo (Q e Cm).</p>
6.7	<p>Maximização do lucro π ($\pi = RT - CT$) 2</p> <p>Receita total = $400Q - 8Q^2$</p> <p>Custo total = $\frac{1}{3}Q^3 - 2Q^2 + 3Q + 600$</p> <p>Calcular o lucro máximo (Q e π).</p>

→ Soluções. Clicar aqui!

Soluções 'Microeconomia e matemática'

6 Máximo e mínimo

6.1 Maximização da receita total RT) 1

- $RT = 400Q - 8Q^2$
 $(RT)' = R_m = 400 - 16Q = 0$ (Rm = Recette marginale)
 $16Q = 400 \rightarrow \mathbf{Q = 25}$
- $(RT)'' = -16 \rightarrow$ Máximo porque $(RT)'' < 0$
- $RT = 400 \cdot 25 - 8 \cdot 25^2 = 10000 - 5000 = \mathbf{5000}$

6.2 Maximização do lucro π ($\pi = RT - CT$) 1

- $\pi = RT - CT = 400Q - 8Q^2 - 3000 - 60Q = -8Q^2 + 340Q - 3000$
- $\pi' = -16Q + 340 = 0$
 $16Q = 340 \rightarrow \mathbf{Q = 21.25}$
- $\pi'' = -16 \rightarrow$ Máximo porque $\pi'' < 0$
- $\pi = -8 \cdot 21.25^2 + 340 \cdot 21.25 - 3000 = -3612.5 + 7225 - 3000 = \mathbf{612.5}$

6.3 Maximização da receita total RT) 2

- $P = 12 - \frac{Q}{3}$
 $RT = P \cdot Q = 12Q - \frac{1}{3}Q^2$
- $(RT)' = R_m = 12 - \frac{2}{3}Q = 0$ (Rm = Recette marginale)
 $\frac{2}{3}Q = 12 \rightarrow \mathbf{Q = 18}$
- $(RT)'' = -\frac{2}{3} \rightarrow$ Máximo porque $(RT)'' < 0$
- $RT = 12 \cdot 18 - \frac{1}{3}18^2 = 216 - 108 = \mathbf{108}$

6.4 Minimização do custo médio (CM) e do custo marginal (Cm)

- 6.41
- $CM = 30 - 1.5Q + 0.05Q^2$
 $(CM)' = -1.5 + 0.1Q = 0$
 $0.1Q = 1.5$
 $\mathbf{Q = 15}$
 - $(CM)'' = 0.1 \rightarrow$ Mínimo porque $(CM)'' > 0$
- 6.42
- $CT = CM \cdot Q = 30Q - 1.5Q^2 + 0.05Q^3$ (CT = Custo total)
 $(CT)' = C_m = 30 - 3Q + 0.15Q^2$
 $(C_m)' = -3 + 0.3Q = 0$
 $0.3Q = 3 \rightarrow \mathbf{Q = 10}$
 - $(C_m)'' = 0.3 \rightarrow$ Mínimo porque $(C_m)'' > 0$
- 6.43 A curva de custo marginal cruza a curva de custo médio a partir de abaixo porque a quantidade de Cm mínimo é menor do que a quantidade de CM mínimo.

6.5 Maximização o minimização por um monopólio

- 6.51 • $CM = 0.5Q + 10 + \frac{50}{Q}$ (CM = Custo médio)
 $(CM)' = 0.5 - 50Q^{-2} = 0$
 $0.5 = 50Q^{-2}$
 $0.5Q^2 = 50$
 $Q^2 = 100$
Q = 10
- $(CM)'' = 100Q^{-3} = \frac{100}{1000} = 0.1 \rightarrow$ Mínimo porque $(CM)'' > 0$
- 6.52 • $RT = P \cdot Q = 30Q - 0.65Q^2$ (RT = Receita total)
 $(RT)' = Rm = 30 - 1.3Q = 0$ (Rm = Receita marginal)
 $1.3Q = 30$
Q = 23.1
- $(RT)'' = -1.3 \rightarrow$ Máximo porque $(RT)'' < 0$
- 6.53 • $\pi = RT - CT = 30Q - 0.65Q^2 - 0.5Q^2 - 10Q - 50 = -1.15Q^2 + 20Q - 50$
 $\pi' = -2.3Q + 20 = 0$
 $2.3Q = 20$
Q = 8.7
- $\pi'' = -2.3 \rightarrow$ Máximo porque $\pi'' < 0$

6.6 Minimização do custo marginal (Cm)

- $Cm = 0.03Q^3 + 0.01Q^2 - 5Q + 30$
 $(Cm)' = 0.09Q^2 + 0.02Q - 5 = 0$
 $Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0.02 \pm \sqrt{(0.02)^2 + 4 \cdot 0.45}}{0.18}$
 $Q1 = \frac{-0.02 + 1.34}{0.18} = 7.3$ $[Q2 = \frac{-0.02 - 1.34}{0.18} = -7.6 < 0]$
- $(Cm)'' = 0.18Q + 0.02 = 0.18 \cdot 7.3 + 0.02 = 1.3$
 $Q = 7.3 \rightarrow (Cm)'' = 1.3 \rightarrow$ Q mínima porque $(Cm)'' > 0$.
[Q2 < 0; Q deve ser positiva.]
 \rightarrow **Q = 7.3**
- **Cm = $0.03 \cdot 7.3^3 + 0.01 \cdot 7.3^2 - 5 \cdot 7.3 + 30 = 5.7$**

6.7 Maximização do lucro π ($\pi = RT - CT$) 2

- $\pi = RT - CT = 400Q - 8Q^2 - \frac{1}{3}Q^3 + 2Q^2 - 3Q - 600$
 $= -\frac{1}{3}Q^3 - 6Q^2 + 397Q - 600$
 $\pi' = -Q^2 - 12Q + 397 = 0$
 $Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 + 4 * 397}}{-2} = \frac{12 \pm \sqrt{1732}}{-2}$
 $Q1 = \frac{12 - 41.6}{-2} = 14.8$ [$Q2 = \frac{12 + 41.6}{-2} = -26.8 < 0$]
- $\pi'' = -2Q - 12 = -2 * 14.8 - 12 = -41.6$
Se $Q = 14.8 \rightarrow \pi'' = -41.6 \rightarrow Q1$ máxima porque $\pi'' < 0$
[$Q2 < 0$; $\rightarrow Q$ deve ser positiva.]
 $\rightarrow Q = 14.8$
- $\pi = -\frac{1}{3} * 14.8^3 - 6 * 14.8^2 + 397 * 14.8 - 600 = 2880.8$

[→ Voltar aos exercícios. Clicar aqui!](#)