Esercizi **micro** e matematica (con soluzioni)

6 Massimi e minimi

Fasi dell'ottimizzazione:

① Trovare la 1a derivata = 0, quindi calcolare la quantità (Q)

② Trovare la 2a derivata:
- se la 2a derivata **>** 0 → minimo
- se la 2a derivata **<** 0 → massimo

6.1	**Massimizzare il ricavo totale (RT)** Ricavo totale = $400Q - 8Q^2$ Trovare il massimo ricavo totale (Q e RT).
6.2	**Massimizzare il profitto π (π = RT - CT)** Ricavo totale = $400Q - 8Q^2$ costo totale = $3000 + 60Q$ Trovare il massimo profitto π (Q e π).
6.3	**Massimizzare il ricavo totale (RT)** Domando di mercato: $P = 12 - \frac{Q}{3}$ Trovare il massimo ricavo totale (Q e RT).
6.4	**Minimizzare il costo medio (CM) ed il costo marginale (Cm)** Costo medio = $30 - 1.5Q + 0.05Q^2$ 6.41 Trovare Q del minimo costo medio. 6.42 Trovare Q del minimo costo marginale. 6.43 Spiegare il risultato di 6.41 in relazione a 6.42 (→ relazione Cm a CM).

6.5	**Ottimizzazione da parte di un monopolista** La funzione di domanda di un monopolista è $P = 30 - 0.65Q$ e la sua funzione di costo totale è $CT = 0.5Q^2 + 10Q + 50$ Trovare Q che risulta nel... 6.51 minimo costo medio; 6.52 massimo ricavo totale; 6.53 massimo profitto (π).
6.6	**Minimizzare il costo marginale (Cm)** Costo marginale = $0.03Q^3 + 0.01Q^2 - 5Q + 30$ Trovare il minimo costo marginale (Q e Cm).
6.7	**Massimizzare il profitto π (π = RT - CT)** Ricavo totale = $400Q - 8Q^2$ costo totale = $\frac{1}{3}Q^3 - 2Q^2 + 3Q + 600$ Trovare il massimo profitto(Q e π).

→ Per andare alle soluzioni, cliccare qui!

Soluzioni **micro** e matematica

6 Massimi e minimi

6.1 Massimizzare il ricavo totale (RT)

- $RT = 400Q - 8Q^2$
  $(RT)' = Rm = 400 - 16Q = 0$
  $16Q = 400$
  $Q = 25$
- $(RT)'' = -16 \rightarrow$ **massimo** perché $(RT)'' < 0$
- **RT** $= 400*25 - 8*25^2 = 10000 - 5000 =$ **5000**

6.2 Massimizzare il profitto π (π = RT - CT)

- $\pi = RT - CT = 400Q - 8Q^2 - 3000 - 60Q = -8Q^2 + 340Q - 3000$
- $\pi' = -16Q + 340 = 0$
  $16Q = 340$
  $Q = 21.25$
- $\pi'' = -16 \rightarrow$ **massimo** perché $\pi'' < 0$
- $\pi = -8*21.25^2 + 340*21.25 - 3000 = -3612.5 + 7225 - 3000$ **= 612.5**

6.3 Massimizzare il ricavo totale (RT)

- $P = 12 - \frac{Q}{3}$
  $RT = P*Q = 12Q - \frac{1}{3}Q^2$
- $(RT)' = Rm = 12 - \frac{2}{3}Q = 0$
  $\frac{2}{3}Q = 12$
  $Q = 18$
- $(RT)'' = -\frac{2}{3} \rightarrow$ **massimo** perché $(RT)'' < 0$
- **RT** $= 12*18 - \frac{1}{3}18^2 = 216 - 108 =$ **108**

6.4 Minimizzare il costo medio (CM) ed il costo marginale (Cm)

6.41
- $CM = 30 - 1.5Q + 0.05Q^2$
  $(CM)' = -1.5 + 0.1Q = 0$
  $0.1Q = 1.5$
  $Q = 15$
- $(CM)'' = 0.1 \rightarrow$ **minimo** perché $(CM)'' > 0$

6.42
- $CT = CM*Q = 30Q - 1.5Q^2 + 0.05Q^3$
  $(CT)' = Cm = 30 - 3Q + 0.15Q^2$
  $(Cm)' = -3 + 0.3Q = 0$
  $0.3Q = 3$
  $Q = 10$
- $(Cm)'' = 0.3 \rightarrow$ **minimo** perché $(Cm)'' > 0$

6.4 cont.

6.43 La curva del costo marginale interseca dal basso la curva del costo medio. Pertanto, la quantità minima di Cm è inferiore alla quantità minima di CM.

6.5 Ottimizzazione da parte di un monopolista

6.51

- $CM = 0.5Q + 10 + \frac{50}{Q}$
  $(CM)' = 0.5 - 50Q^{-2} = 0$
  $0.5 = 50Q^{-2}$
  $0.5Q^2 = 50$
  $Q^2 = 100$
  $\mathbf{Q = 10}$
- $(CM)'' = 100Q^{-3} = \frac{100}{1000} = 0.1$ → **minimo** perché $(CM)'' > 0$

6.52

- $RT = P*Q = 30Q - 0.65Q^2$
  $(RT)' = Rm = 30 - 1.3Q = 0$
  $1.3Q = 30$
  $\mathbf{Q = 23.1}$
- $(RT)'' = - 1.3$ → **massimo** perché $(RT)'' < 0$

6.53

- $\pi = RT - CT = 30Q - 0.65Q^2 - 0.5Q^2 - 10Q - 50 = - 1.15Q^2 + 20Q - 50$
  $\pi' = - 2.3Q + 20 = 0$
  $2.3Q = 20$
  $\mathbf{Q = 8.7}$
- $\pi'' = - 2.3$ → **massimo** perché $\pi'' < 0$

6.6 Minimizzare il costo marginale (Cm)

- $Cm = 0.03Q^3 + 0.01Q^2 - 5Q + 30$
  $(Cm)' = 0.09Q^2 + 0.02Q - 5 = 0$
  $$Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0.02 \pm \sqrt{(0.02)^2 + 4 * 0.45}}{0.18}$$
  $Q1 = \frac{- 0.02 + 1.34}{0.18} = 7.3$ $\left[Q2 = \frac{- 0.02 - 1.34}{0.18} < 0\right]$
- $(Cm)'' = 0.18Q + 0.02 = 0.18*7.3 + 0.02 = 1.3$
  $Q = 7.3$ → $(Cm)'' = 1.3$ → Q è un **minimo** perché $(Cm)'' > 0$.
  [Q2 < 0; Q è negativa; Q deve essere positiva.]
  → $\mathbf{Q = 7.3}$
- **Cm** $= 0.03*7.3^3 + 0.01*7.3^2 - 5*7.3 + 30$ **= 5.7**

6.7	**Massimizzare il profitto π (π = RT - CT)**

- $\pi = RT - CT = 400Q - 8Q^2 - \frac{1}{3}Q^3 + 2Q^2 - 3Q - 600$

  $= -\frac{1}{3}Q^3 - 6Q^2 + 397Q - 600$

  $\pi' = -Q^2 - 12Q + 397 = 0$

  $$Q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 + 4 * 397}}{-2} = \frac{12 \pm \sqrt{1732}}{-2}$$

  $Q1 = \frac{12 - 41.6}{-2} = 14.8$ [$Q2 = \frac{12 + 41.6}{-2} = -26.8 < 0$]
- $\pi'' = -2Q - 12 = -2*14.8 - 12 = -41.6$

  se Q = 14.8 $\rightarrow \pi'' = -41.6$ $\rightarrow$ Q1 è un **massimo** perché $\pi'' < 0$.

  [Q2 < 0; $\rightarrow$ Q deve essere positiva.]

  $\rightarrow$ **Q = 14.8**
- $\pi = -\frac{1}{3}*14.8^3 - 6*14.8^2 + 397*14.8 - 600 =$ **2880.8**

→ Per ritornare agli esercizi, cliccare qui!